СОДЕРЖАНИЕ

Задача №1

Дано:

Наработка на отказ невосстанавливаемого ОН подчиняется нормальному закону распределения вероятностей с параметрами:

вариант 7;

$m_{t1} := 7$ тыс. часов $\quad m_{t2} := 10$ тыс. часов

$\sigma_t := 4$ тыс. часов $\quad N := 1000$ штук

Требуется:

Рассчитать функции $p(t), q(t), f(t), \lambda(t)$ для десяти значений наработки в прделах 0…20 тыс. часов и двух значений m_t. Данные для расчетов свести в таблицы, построить графики функций. Дать пояснения по ходу графиков. Определить величины средней наработки до отказа и СКО.

Определить число отказов за некоторую выбранную произвольно наработку и в интервале наработки.

Решение:

Функция плотности распределения вероятностей классического нормального распределения имеет вид:

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t}} \cdot e^{-\frac{(t-m_t)^2}{2\sigma_t^2}} \qquad (1.1)$$

где m_t - матожидание классического распределения,

σ_t - СКО,

Если принять условия нормирования $m_t = 0$ и $\sigma_t = 1$, то функция плотности вероятностей с учетом формулы 1.1 записывается так:

$$f_n(t) := \frac{1 \cdot e^{\frac{-t^2}{2}}}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \qquad (1.2)$$

Нормированная функция Лапласа имеет вид:

$$\Phi(z) := \int_0^z f_n(t)\,dt \qquad (1.3)$$

Поскольку случайная величина наработки до отказа Т теоретически измненяется в пределах от нуля до бесконечности, необходимо часть кривой распределения $f(t)$ для $t \le 0$ отсечь (устранить из рассмотрения). В этом случае получим усеченное нормальное распределение. Чтобы сохранить условие нормирования, а именно площадь под кривой усеченного распределения должна быть равна единице, вводится коэффициент усечения C_0 [3].

Коэффициенты усечения для двух значений m_t определим по формулам:

$$C_{01} := \frac{1}{0.5+\Phi\left(\frac{m_{t1}}{\sigma_t}\right)} \qquad C_{01} = 1.042 \qquad (1.4)$$

$$C_{02} := \frac{1}{0.5+\Phi\left(\frac{m_{t2}}{\sigma_t}\right)} \qquad C_{02} = 1.006 \qquad (1.5)$$

С учетом формул 1.4 и 1.5 усеченное нормальное распределение:

$$f_{us1}(t) := \frac{C_{01}\cdot e^{\frac{-(t-m_{t1})^2}{2\cdot\sigma_t^2}}}{\sqrt{2\cdot\pi}\cdot\sigma_t} \qquad (1.6)$$

$$f_{us2}(t) := \frac{C_{02}\cdot e^{\frac{-(t-m_{t2})^2}{2\cdot\sigma_t^2}}}{\sqrt{2\cdot\pi}\cdot\sigma_t} \qquad (1.7)$$

Вероятность безотказной работы:

$$p_1(t) := C_{01} \cdot \left[0.5 + \Phi \left[\frac{(m_{t1} - t)}{\sigma_t} \right] \right] \qquad (1.8)$$

$$p_2(t) := C_{02} \cdot \left[0.5 + \Phi \left[\frac{(m_{t2} - t)}{\sigma_t} \right] \right] \qquad (1.9)$$

Тогда вероятность отказа с учетом формул 1.8, 1.9:

$$q_1(t) := 1 - p_1(t) \qquad (1.10)$$

$$q_2(t) := 1 - p_2(t) \qquad (1.11)$$

Интенсивность отказов найдем по формулам:

$$\lambda_1(t) := \frac{f_{us1}(t)}{p_1(t)} \qquad (1.12)$$

$$\lambda_2(t) := \frac{f_{us2}(t)}{p_2(t)} \qquad (1.13)$$

Построим графики функций на рис. 1 и 2

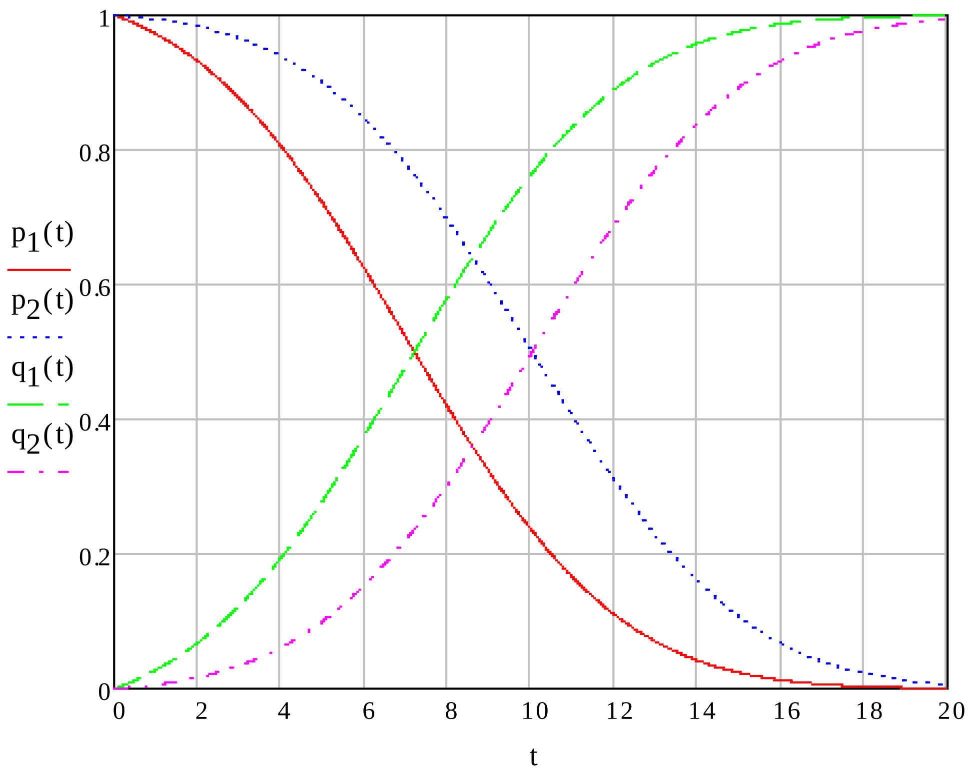

рис. 1. t (тыс. часов).

График функции безотказной работы показывает, что $p(t)$ убывающая функция, т.е. $p(0)=1$ и $p(\infty)=0$. Отказ объекта является противоположным событием, следовательно $q(0)=0$ и $q(\infty)=1$, что видно по графику функции вероятности отказа.

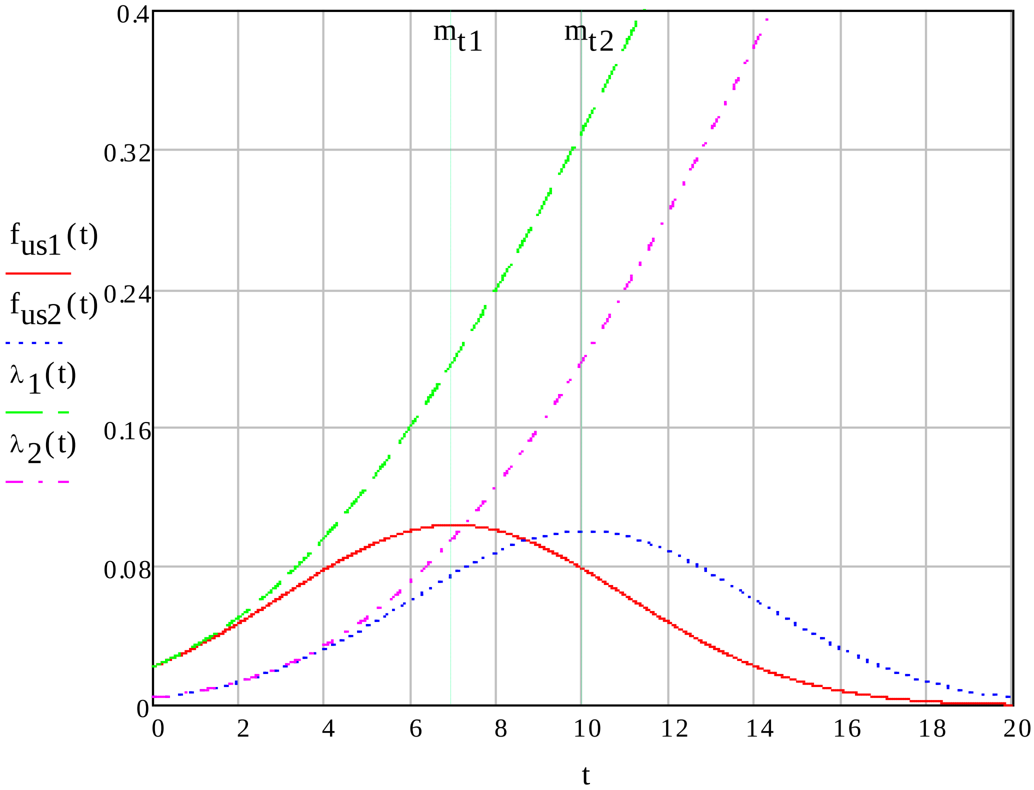

рис. 2. t (тыс. часов).

На рис. 2 видно, что при $t=m_t$ значение функции $\lambda(t)$ равно удвоенному значению «высоты» функции $f_{us}(t)$. Плотность вероятности и интенсивность отказов при $t=0$ равны между собой.

Ход кривой $f_{us}(t)$ говорит о том, что в течение равных интервалов наработки число отказавших объектов сначала увеличивается, достигая максимума при $t=m_t$ (когда имеет место максимальная плотность вероятности отказов), а затем постепенно падает до нуля.

Ход кривой $\lambda(t)$ обязательно учитывает это обстоятельство – изменение числа отказавших объектов в равных интервалах наработки. Очевидно, что число объектов, не откзавших к началу заданного интервала наработки с ростом наработки будет уменьшаться и стремиться к нулю.

Далее представим аналитические результаты расчетов заданных функций в табличном виде:

T =	$p_1(T)$ =	$p_2(T)$ =	$q_1(T)$ =	$q_2(T)$ =
0	1	1	0	0
2	0.932	0.983	0.068	0.017
4	0.806	0.939	0.194	0.061
6	0.624	0.847	0.376	0.153
8	0.418	0.696	0.582	0.304
10	0.236	0.503	0.764	0.497
12	0.11	0.31	0.89	0.69
14	0.042	0.16	0.958	0.84
16	0.013	0.067	0.987	0.933
18	$3.104 \cdot 10^{-3}$	0.023	0.997	0.977
20	$6.011 \cdot 10^{-4}$	$6.248 \cdot 10^{-3}$	0.999	0.994

T =	$f_{us1}(T)$ =	$f_{us2}(T)$ =	$\lambda_1(T)$ =	$\lambda_2(T)$ =
0	0.022	$4.409 \cdot 10^{-3}$	0.022	$4.409 \cdot 10^{-3}$
2	0.048	0.014	0.051	0.014
4	0.078	0.033	0.097	0.035
6	0.101	0.061	0.161	0.072
8	0.101	0.089	0.241	0.127
10	0.078	0.1	0.332	0.199
12	0.048	0.089	0.432	0.285
14	0.022	0.061	0.538	0.381
16	$8.266 \cdot 10^{-3}$	0.033	0.649	0.485
18	$2.368 \cdot 10^{-3}$	0.014	0.763	0.593
20	$5.284 \cdot 10^{-4}$	$4.409 \cdot 10^{-3}$	0.879	0.706

Определим величины средней наработки на отказ [4]:

$$T_{01} := \int_0^{\infty} t \cdot f_{us1}(t)\, dt \qquad T_{02} := \int_0^{\infty} t \cdot f_{us2}(t)\, dt$$

$T_{01} = 7.36$ тыс. часов $\qquad T_{02} = 10.071$ тыс. часов

Усеченное нормальное распределение имеет СКО σ_{t_us} отличное от СКО классического нормального распределения. Для определения σ_{t_us} сперва найдем дисперсию наработки на отказ:

$$D_1 := \int_0^{\infty} t^2 \cdot f_{us1}(t)\,dt - T_{01}^{\,2} \qquad D_2 := \int_0^{\infty} t^2 \cdot f_{us2}(t)\,dt - T_{02}^{\,2}$$

$D_1 = 13.354$ тыс. часов $\qquad D_2 = 15.29$ тыс. часов

Таким образом:

$$\sigma_{us1} := \sqrt{D_1} \qquad \sigma_{us2} := \sqrt{D_2}$$

$\sigma_{us1} = 3.654$ тыс. часов^2 $\qquad \sigma_{us2} = 3.91$ тыс. часов^2

Определим число отказов $n(t)$ из $N=1000$ объектов за наработку $T := 2$ тыс. часов и число отказов $\Delta n(\Delta t)$ за последующие сутки $\Delta t_s := 0.02$ тыс. часов

$n_1(t) := N \cdot q_1(t) \qquad n_1(T) = 68.328$

$n_2(t) := N \cdot q_2(t) \qquad n_2(T) = 16.644$

$\Delta n_1(\Delta t) := \left(N - n_1(T)\right) \cdot \Delta t \cdot \lambda_1(T) \qquad \Delta n_1\left(\Delta t_s\right) = 1.142$

$\Delta n_2(\Delta t) := \left(N - n_2(T)\right) \cdot \Delta t \cdot \lambda_2(T) \qquad \Delta n_2\left(\Delta t_s\right) = 0.326$

Задача №2

2.1 Показатели ремонтопригодности.

Дано:

Случайное время восстановления подчиняется показательному закону распределеня вероятностей с параметрами:

вариант 7;

$\mu_{v1} := 0.0$ 1/час – интенсивность восстановления

$\mu_{v2} := 0.1$ 1/час – интенсивность восстановления

Требуется:

Рассчитать функции вероятности восстановления для двух значений иненсивности восстановления. Данные расчетов свести в таблицу для десяти значений времени, отведенного на восстановление в пределах 0…50 часов. Построить графики этих функций в общей системе координат. Рассчитать значение среднего времени восстановления.

Определить число восстановленных изделий за некоторое выбранное произвольно время в интервале времени, взяв $N = 1000$ штук.

Решение:

Функция вероятности восстановления при показательном распределении времени восстановления имеет вид [2]:

$$P_{v1}(t) := 1 - e^{-\mu_{v1} t} \tag{2.1}$$

$$P_{v2}(t) := 1 - e^{-\mu_{v2} t} \tag{2.2}$$

Расчитаем значение среднего времени восстановления:

$T_{0v1} := \dfrac{1}{\mu_{v1}}$ $\quad T_{0v1} = 20$ часов

$T_{0v2} := \dfrac{1}{\mu_{v2}}$ $\quad T_{0v2} = 6.25$ часа

Построим графики функций в общей системе координат (рис.3):

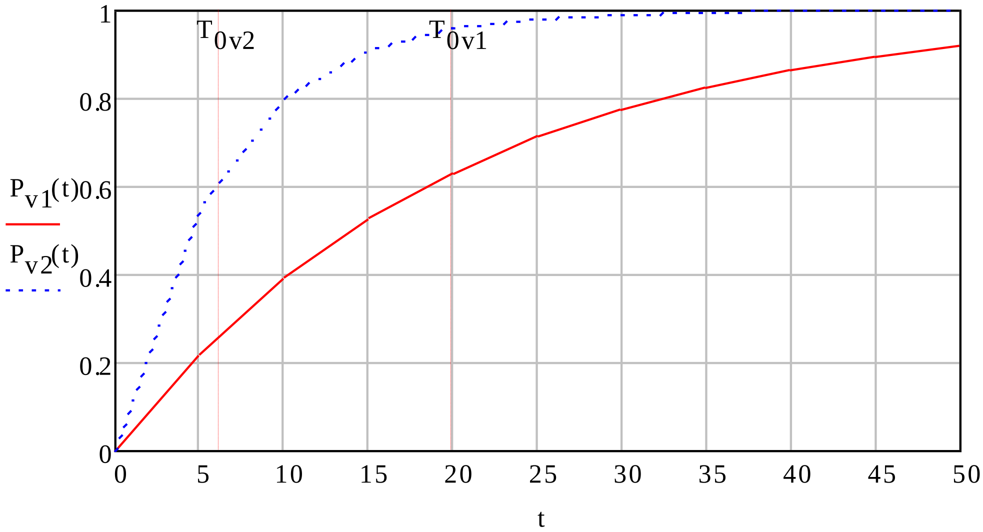

рис.3. t (час)

Далее представим аналитические результаты заданных функций в табличном виде:

$T := 0, 5 .. 50$ часов

$T =$	$P_{v1}(T) =$	$P_{v2}(T) =$
0	0	0
5	0.221	0.551
10	0.393	0.798
15	0.528	0.909
20	0.632	0.959
25	0.713	0.982
30	0.777	0.992
35	0.826	0.996
40	0.865	0.998
45	0.895	0.999
50	0.918	1

Определим число восстановленных изделий $n_v(t)$ из $N = 1000$ штук

за время $t_v := 10$ часов

и число восстановленных изделий $n_v(\Delta t_v)$ за последующий час $\Delta t_{ch} := 1$ час

$n_{v1}(t) := N \cdot P_{v1}(t)$ $\qquad n_{v1}(t_v) = 393.469$ шт.

$n_{v2}(t) := N \cdot P_{v2}(t)$ $\qquad n_{v2}(t_v) = 798.103$ шт.

$f_{v1}(t) := \frac{d}{dt} P_{v1}(t)$ $\qquad \Delta n_{v1}(\Delta t) := N \cdot \Delta t \cdot f_{v1}(t_v)$ $\qquad \Delta n_{v1}(\Delta t_{ch}) = 30.327$ шт.

$f_{v2}(t) := \frac{d}{dt} P_{v2}(t)$ $\qquad \Delta n_{v2}(\Delta t) := N \cdot \Delta t \cdot f_{v2}(t_v)$ $\qquad \Delta n_{v2}(\Delta t_{ch}) = 32.303$ шт.

2.2. Показатели долговечности.

Дано:

Случайный индивидуальный ресурс подчиняется показательному закону распределения вероятностей с параметрами:

вариант 7;

$\lambda_r := 0.08 \cdot 10^{-3}$ 1/час $\qquad \gamma_{\%} := 40$ % $\qquad \gamma_n := 0.88$

Требуется:

Рассчитать функцию вероятности недостижения предельного состояния и построить ее график в пределах до 100 тыс. часов. Далее рассчитать средний ресурс, гамма - процентный ресурс назначенный ресурс.

Определить число изделий, недостигших предельного состояния за некоторую, произвольно выбранную наработку.

Решение:

Вероятность недостижения предельного состояния – это вероятность того, что в пределах заданной наработки предельное состояние объекта не наступит. Функция вероятности недостижения предельного состояния при показательном распределении индивидуального ресурса имеет вид [2]:

$$p_r(t) := e^{-\lambda_r t} \qquad (2.3)$$

График функции заданной формулой 2.3 изобразим на рис.4.

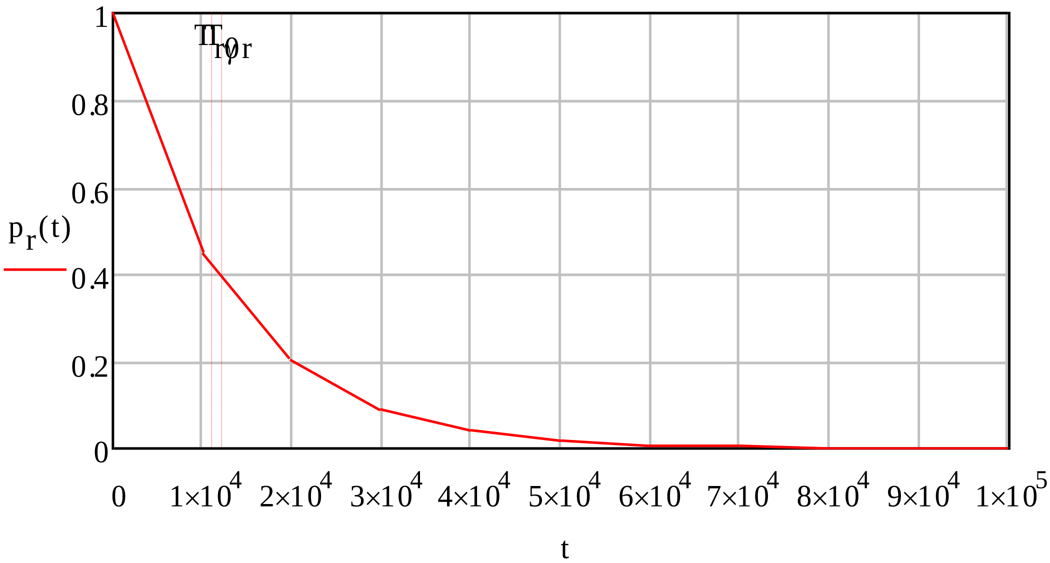

рис.4. t (часы)

Рассчитаем средний ресурс:

$$T_{0r} := \frac{1}{\lambda_r} \qquad T_{0r} = 1.25\times 10^4 \text{ часов}$$

12,5 тыс. часов

Гамма - процентный ресурс есть наработка, в течение которой, объект не достигнет предельного ресурса с заданной вероятностью γ, выраженной в процентах:

$$T_{r\gamma} := \frac{\ln\left(\frac{100}{\gamma\%}\right)}{\lambda_r} \qquad T_{r\gamma} = 1.145\times 10^4 \text{ часов}$$

11,45 тыс.часов

Назначенный ресурс назначается для объектов оборонного содержания, объектов УВД (РЛК, системы посадки самолетов и др.), объектов правительственной связи и т.д.

Назначенный ресурс определяется как суммарная наработка, по достижению которой применение объекта по назначению должно быть прекращено. По достижению назначенного ресурса каждое изделие объекта снимается с эксплуатации независимо от состояния. Далее, как правило, изделие списывается, в редких случаях подвергается серьезному ремонту [3].

$$T_m := \frac{\ln\left(\frac{1}{\gamma_n}\right)}{\lambda_r} \qquad T_m = 1.598\times 10^3 \text{ часов}$$

1598 часов

Определим число изделий, не достигших предельного состояния *m(t)* из *N=1000* штук за наработку $T := 2($ тыс. часов

$$m(t) := N \cdot p_r(t) \qquad m(T) = 201.897$$

202 штуки.

Задача №3

Изделие состоит из двух частей: первая часть включает $k := 3$ элементов, соединенных последовательно (в смысле надежности), вторая - $n := 5$ элементов, соединенных также. Все элементы равнонадежны и имеют интенсивность отказов $\lambda := 0.0$

Резервирование использует дублирование каждой части, т.е. $m := 1$

Требуется. Рассчитать:

1) функцию надежности нерезервированной системы и ее среднюю наработку до отказа;

2) функцию надежности резервированной системы при общем постоянном резервировании каждой части и среднюю наработку до отказа;

3) функцию надежности резервированной системы при раздельном постоянном резервировании каждой части и среднюю наработку до отказа;

4) функцию надежности резервированной системы при общем резервировании замещением каждой части и среднюю наработку до отказа.

Привести структурные схемы надежности для каждого случая, построить графики всех функций в единой системе координат, заканчивая наработками, когда P(t)=0.1. Расчеты свести в таблицы.

Расчитать выигрыш по функции надежности для одной наработки, порядка 1…3 тыс. часов, по сравнению с отсутствием резерва и выигрыш по величине средней наработки до отказа.

<u>Решение.</u>

1) Нерезервированная система. Структурная схема такой системы изображена на рис. 5. Определим функцию надежности и построим ее график (ри.9):

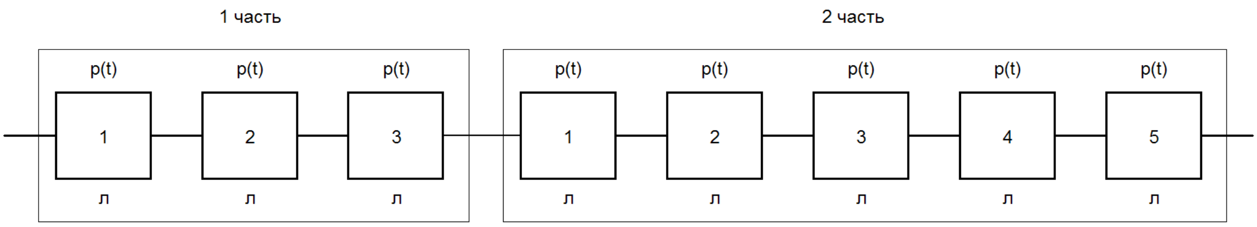

рис 5.

$P_{NR1}(t) := e^{-k\cdot\lambda\cdot t}$ - функция надежности первой части,

$P_{NR2}(t) := e^{-n\cdot\lambda\cdot t}$ - функция надежности второй части,

$P_{NR}(t) := P_{NR1}(t)\cdot P_{NR2}(t)$ - функция надежности всей системы.

Рассчитаем среднюю наработку до отказа:

$T_{0\_NR} := \dfrac{1}{(k+n)\cdot\lambda}$ $\qquad T_{0\_NR} = 3.125$ тыс. часов

2) Резрвированная система при общем построении резервировании каждой части. Структурная схема такой системы – на рис. 6. Определим функцию надежности и построим ее график (рис. 9):

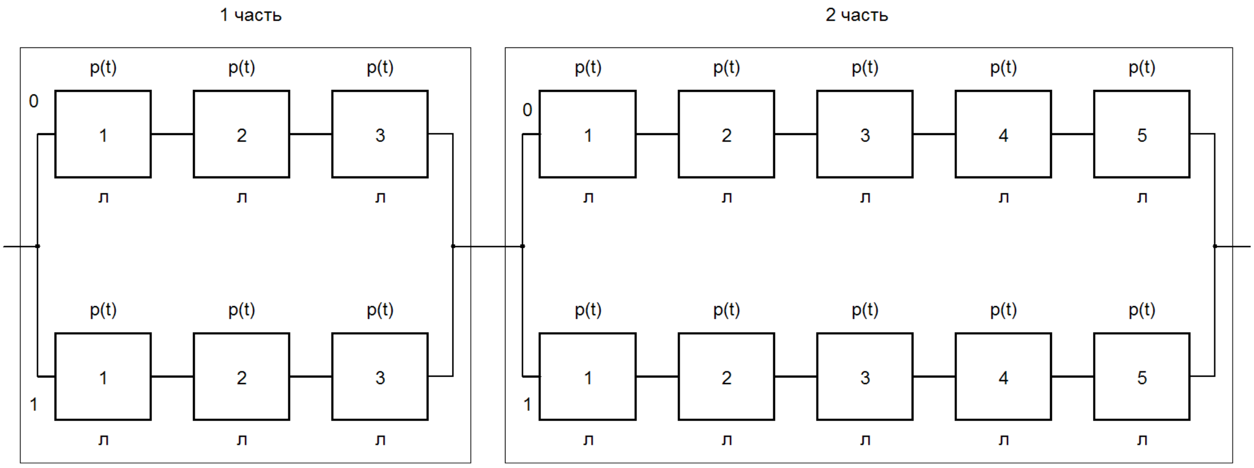

рис 6.

$$P_{OPR1}(t) := 1 - \left(1 - e^{-k\cdot\lambda\cdot t}\right)^{m+1}$$ - функция надежности первой части,

$$P_{OPR2}(t) := 1 - \left(1 - e^{-n\cdot\lambda\cdot t}\right)^{m+1}$$ - функция надежности второй части,

$$P_{OPR}(t) := P_{OPR1}(t) \cdot P_{OPR2}(t)$$ - функция надежности всей системы.

Рассчитаем среднюю наработку до отказа:

$$T_{0\_OPR} := \int_0^{\infty} P_{OPR}(t)\,dt \qquad T_{0\_OPR} = 5.671$$ тыс. часов

3) Резервированная система при раздельном постоянном резервировании каждой части. Структурная схема такой системы – на рис. 7. Определим функцию надежности и построим ее график (рис. 9):

$$P_{RPR1}(t) := \left[1 - \left(1 - e^{-\lambda\cdot t}\right)^{m+1}\right]^k$$ - функция надежности первой части,

$$P_{RPR2}(t) := \left[1 - \left(1 - e^{-\lambda\cdot t}\right)^{m+1}\right]^n$$ - функция надежности второй части,

$$P_{RPR}(t) := P_{RPR1}(t) \cdot P_{RPR2}(t)$$ - функция надежности всей системы.

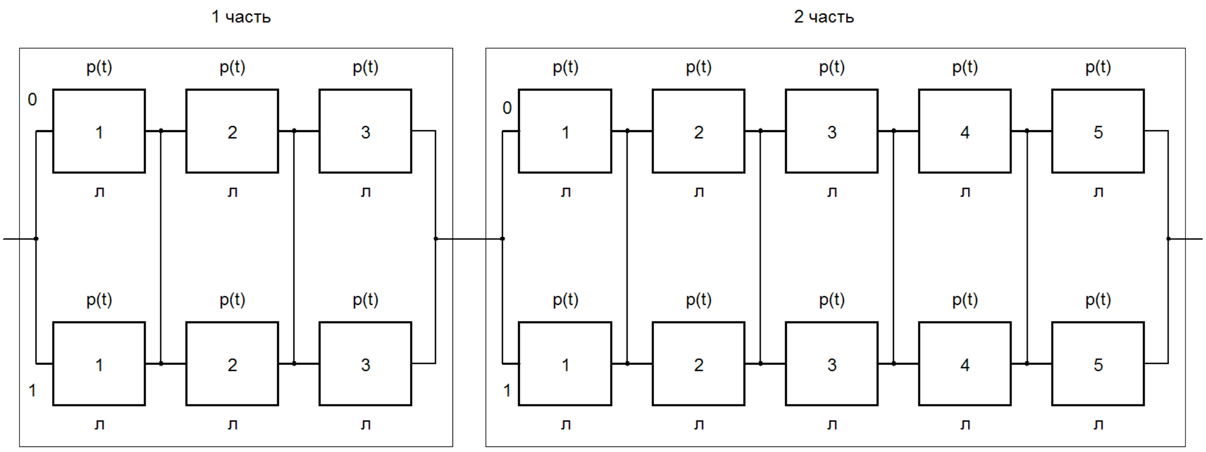

рис 7.

Рассчитаем среднюю наработку до отказа:

$$T_{0\_RPR} := \int_0^{\infty} P_{RPR}(t)\,dt \qquad T_{0\_RPR} = 9.519 \text{ тыс. часов.}$$

4) Резервированная система при общем резервировании замещением каждой части. Структурная схема такой системы – на рис. 8. Определим функцию надежности и построим ее график (рис. 9):

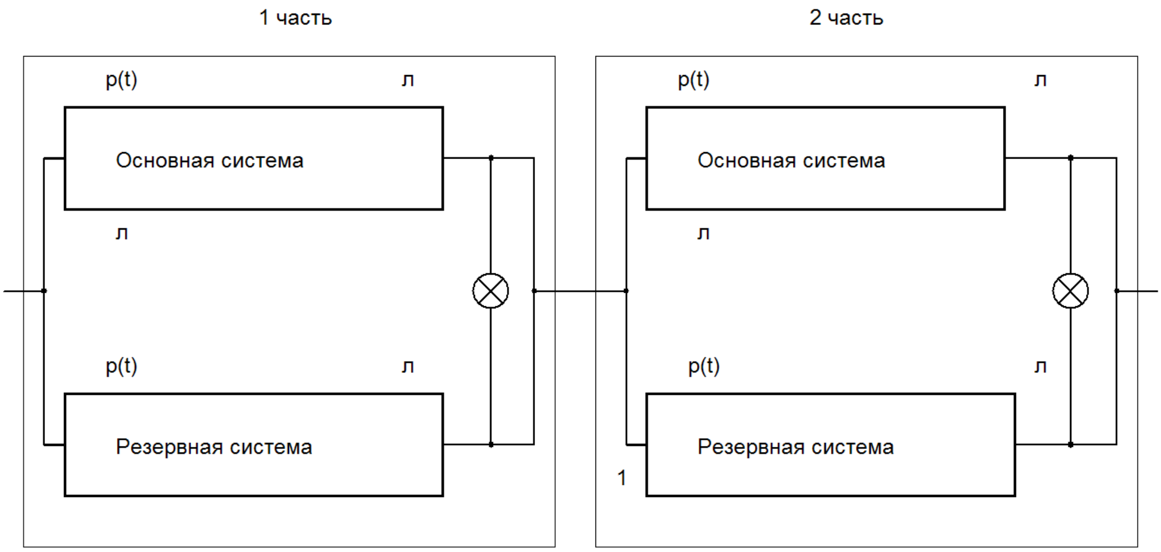

рис 8.

$$P_{ORZ1}(t) := e^{-k\cdot\lambda\cdot t}\cdot(1+k\cdot\lambda\cdot t)$$ - функция надежности первой части,

$$P_{ORZ2}(t) := e^{-n\cdot\lambda\cdot t}\cdot(1+n\cdot\lambda\cdot t)$$ - функция надежности второй части,

$$P_{ORZ}(t) := P_{ORZ1}(t)\cdot P_{ORZ2}(t)$$ - функция надежности всей системы.

Рассчитаем среднюю наработку до отказа:

Средняя наработка до отказа первой части:

$$T_{0\_ORZ1} := \int_0^{\infty} P_{ORZ1}(t)\,dt \qquad T_{0\_ORZ1} = 16.667 \text{ тыс. часов}$$

Средняя наработка до отказа второй части:

$$T_{0\_ORZ2} := \int_0^{\infty} P_{ORZ2}(t)\,dt \qquad T_{0\_ORZ2} = 10 \text{ тыс. часов}$$

Средняя наработка до отказа всей системы:

$$T_{0\_ORZ} := \frac{\left(T_{0\_ORZ1} \cdot T_{0\_ORZ2}\right)}{\left(T_{0\_ORZ1} + T_{0\_ORZ2}\right)} \qquad T_{0\_ORZ} = 6.25 \text{ тыс. часов}$$

График функции надежности четырех видов резервирования:

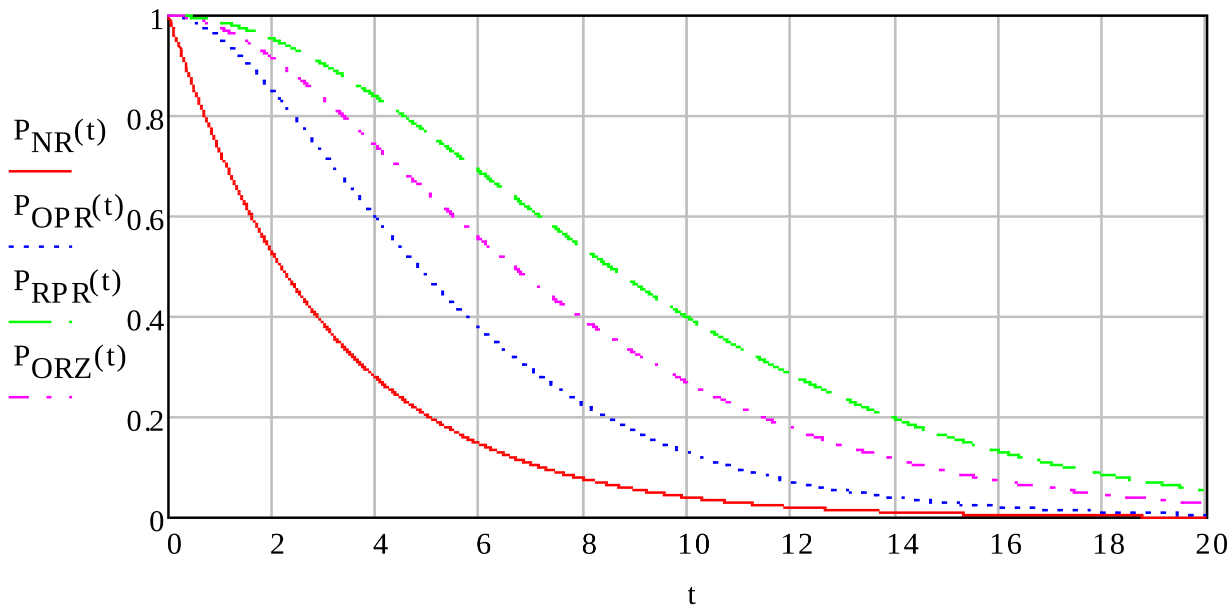

рис 9. t (тыс. часов)

Далее представим аналитические результаты расчетов заданных функций в табличном виде:

$T := 0, 2..20$ тыс. часов

T =	$P_{NR}(T)$ =	$P_{OPR}(T)$ =	$P_{RPR}(T)$ =	$P_{ORZ}(T)$ =
0	1	1	1	1
2	0.527	0.851	0.954	0.915
4	0.278	0.596	0.838	0.741
6	0.147	0.377	0.689	0.555
8	0.077	0.225	0.536	0.394
10	0.041	0.129	0.398	0.269
12	0.021	0.072	0.285	0.178
14	0.011	0.04	0.197	0.115
16	$5.976\cdot 10^{-3}$	0.022	0.132	0.073
18	$3.151\cdot 10^{-3}$	0.012	0.087	0.046
20	$1.662\cdot 10^{-3}$	$6.287\cdot 10^{-3}$	0.056	0.028

Расчитаем выигрыш по функции надежности для наработки

1) Выигрыш системы общего постоянного резервирования: $T := 2$

$$\frac{P_{OPR}(T)}{P_{NR}(T)} = 1.613$$

2) Выигрыш системы раздельного постоянного резервирования:

$$\frac{P_{RPR}(T)}{P_{NR}(T)} = 1.809 \qquad \frac{P_{OPR}(T)}{P_{OPR}(T)} = 1 \qquad \frac{P_{RPR}(T)}{P_{ORZ}(T)} = 1.042$$

3) Выигрыш системы общего резервирования замещением:

$$\frac{P_{ORZ}(T)}{P_{NR}(T)} = 1.736 \qquad \frac{P_{ORZ}(T)}{P_{OPR}(T)} = 1.076$$

Рассчитаем выигрыш по величине средней наработки до отказа:

1) Выигрыш системы общего постоянного резервирования:

$$\frac{T_{0\_OPR}}{T_{0\_NR}} = 1.815$$

2) Выигрыш системы раздельного постоянного резервирования:

$$\frac{T_{0\_RPR}}{T_{0\_NR}} = 3.046 \qquad \frac{T_{0\_RPR}}{T_{0\_OPR}} = 1.679 \qquad \frac{T_{0\_RPR}}{T_{0\_ORZ}} = 1.523$$

3) Выигрыш системы общего резервирования замещением:

$$\frac{T_{0\_ORZ}}{T_{0\_NR}} = 2 \qquad \frac{T_{0\_ORZ}}{T_{0\_OPR}} = 1.102$$